ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Тема: Приведение формул логики к ДНФ, КНФ с помощью равносильных преобразований

Цель работы: овладеть навыками составления дизъюнктивной и конъюнктивной нормальных формы функции алгебры логики.

Задание:

Выполните задание согласно варианту.

1 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$((X \leftrightarrow \overline{Y}) \vee Z) \wedge Y$; $((X \to Y) \to Z) \to \overline{X}$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$((\overline{X} \leftrightarrow Y) \vee Z) \wedge \overline{Y}$; $\overline{(\overline{(X \wedge Y)} \to Y)} \to (\overline{X} \wedge Z)$;

2 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$(X \leftrightarrow Z) \to (X \wedge \overline{Y})$; $((\overline{X} \leftrightarrow Y) \vee Z) \wedge \overline{Y}$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$\overline{(\overline{(\overline{X} \wedge Y)} \to Y)} \to (X \wedge \overline{Z})$; $(X \wedge Z) \vee (\overline{Y} \leftrightarrow Z)$;

3 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$\overline{(\overline{(\overline{X} \wedge Y)} \to Y)} \to (X \wedge \overline{Z})$ $(X \wedge Z) \vee (\overline{Y} \leftrightarrow Z)$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$(X \leftrightarrow Y) \wedge (\overline{X} \vee Z)$; $((X \to Y) \to Z) \to \overline{X}$;

4 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$(\overline{X} \wedge Z) \vee (Y \to Z)$; $(X \leftrightarrow Y) \wedge (\overline{X} \vee Z)$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$(Z \wedge Y) \vee ((Z \to \overline{Y}) \wedge \overline{X})$; $(X \leftrightarrow Z) \to (X \wedge \overline{Y})$;

5 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$\overline{(X \wedge Y)} \vee \overline{(Z \to Y)}$; $(Z \wedge Y) \vee ((Z \to \overline{Y}) \wedge \overline{X})$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$((Z \to Y) \vee \overline{X}) \to \overline{X}$; $(\overline{X} \wedge Z) \vee (Y \to Z)$;

6 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$X \to (Y \leftrightarrow Z)$; $((Z \to Y) \vee \overline{X}) \to \overline{X}$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$(\overline{Y} \wedge X) \vee (Z \leftrightarrow Y)$; $\overline{(X \wedge Y)} \vee \overline{(Z \to Y)}$;

7 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$\overline{(X \vee (Y \leftrightarrow \overline{Z}))}$; $(\overline{Y} \wedge X) \vee (Z \leftrightarrow Y)$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$\overline{X} \wedge \overline{(Y \leftrightarrow Z)}$; $X \rightarrow (Y \leftrightarrow Z)$;

8 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$(X \leftrightarrow Y) \vee (\overline{Y} \wedge Z)$; $\overline{X} \wedge \overline{(Y \leftrightarrow Z)}$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$Y \rightarrow (\overline{X} \leftrightarrow Z)$; $\overline{X \vee (Y \leftrightarrow \overline{Z})}$;

9 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$(X \vee (Y \rightarrow Z)) \rightarrow X$; $Y \rightarrow (\overline{X} \leftrightarrow Z)$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$\overline{(X \wedge \overline{Y}) \vee (\overline{Z} \rightarrow Y)}$; $(X \leftrightarrow Y) \vee (\overline{Y} \wedge Z)$;

10 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$(X \wedge Y) \vee ((X \rightarrow \overline{Y}) \wedge \overline{Z})$; $\overline{(X \wedge \overline{Y}) \vee (\overline{Z} \rightarrow Y)}$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$(\overline{Y} \wedge \overline{Z}) \vee (X \rightarrow \overline{Z})$; $(X \vee (Y \rightarrow Z)) \rightarrow X$;

Контрольные вопросы:

1. Что такое ДНФ, КНФ?
2. Что такое формула?
3. Что такое таблица истинности?
4. Правила построения ДНФ и КНФ?
5. Логические операции над высказываниями.

Теоретические сведения и примеры решения задач:

Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ) в булевой логике – нормальная форма, в которой булева формула имеет вид дизъюнкции конъюнкций литералов. Любая булева формула может быть приведена к ДНФ. Для этого можно использовать закон двойного отрицания, закон де Моргана, закон дистрибутивности. Дизъюнктивная нормальная форма удобна для автоматического доказательства теорем.

Алгоритм построения ДНФ

1) Избавиться от всех логических операций, содержащихся в формуле, заменив их основными: конъюнкцией, дизъюнкцией, отрицанием. Это можно сделать, используя равносильные формулы:

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$
$$A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$$

2) Заменить знак отрицания, относящийся ко всему выражению, знаками отрицания, относящимися к отдельным переменным высказываниям на основании формул:

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$
$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

3) Избавиться от знаков двойного отрицания.

4) Применить, если нужно, к операциям конъюнкции и дизъюнкции свойства дистрибутивности и формулы поглощения.
Пример:

Приведем к ДНФ формулу: $F = ((X \to Y) \downarrow \neg(Y \to Z))$

Выразим логические операции → и ↓ через: $\vee \wedge \neg$

$F = ((\neg X \vee Y) \downarrow \neg(\neg Y \vee Z)) = \neg((\neg X \vee Y) \vee \neg(\neg Y \vee Z))$

В полученной формуле перенесем отрицание к переменным и сократим двойные отрицания:

$F = \neg((\neg X \vee Y) \vee \neg(\neg Y \vee Z)) = (\neg\neg X \wedge \neg Y) \wedge (\neg Y \vee Z) = (X \wedge \neg Y) \wedge (\neg Y \vee Z)$

Используя закон дистрибутивности, приводим формулу к ДНФ:

$F = (X \wedge \neg Y \wedge \neg Y) \vee (X \wedge \neg Y \wedge Z)$

Конъюнктивная нормальная форма (КНФ) в булевой логике – нормальная форма, в которой булева формула имеет вид конъюнкции дизъюнкций литералов. Конъюнктивная нормальная форма удобна для автоматического доказательства теорем. Любая булева формула может быть приведена к КНФ. Для этого можно использовать: закон двойного отрицания, закон де Моргана, дистрибутивность.

Алгоритм построения КНФ

1) Избавиться от всех логических операций, содержащихся в формуле, заменив их основными: конъюнкцией, дизъюнкцией, отрицанием. Это можно сделать, используя равносильные формулы:

$A \to B = \neg A \vee B$
$A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$

2) Заменить знак отрицания, относящийся ко всему выражению, знаками отрицания, относящимися к отдельным переменным высказываниям на основании формул:

$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

3) Избавиться от знаков двойного отрицания.

4) Применить, если нужно, к операциям конъюнкции и дизъюнкции свойства дистрибутивности и формулы поглощения.

Пример:

Приведем к КНФ формулу

$F = (X \to Y) \wedge ((\neg Y \to Z) \to \neg X)$

Преобразуем формулу F к формуле не содержащей → :

$F = (\neg X \vee Y) \wedge (\neg(\neg Y \to Z) \vee \neg X) = (\neg X \vee Y) \wedge (\neg(\neg\neg Y \vee Z) \vee \neg X)$

В полученной формуле перенесем отрицание к переменным и сократим двойные отрицания:

$F = (\neg X \vee Y) \wedge ((\neg Y \wedge \neg Z) \vee \neg X)$

По закону дистрибутивности получим КНФ:

$F = (\neg X \vee Y) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \wedge (\neg X \vee \neg Z)$